

Для сучасних завдань машинобудування провідне значення має така дисципліна, як динаміка і точність позиціонування роботів, що характеризує як інвестиційну привабливість машинобудівного виробництва, так і інвестиційну привабливість спеціальностей – прикладної механіки і галузевого машинобудування. Технологічне устаткування, яке застосовується сьогодні для механічної обробки складних поверхонь, – це, як правило, обробні центри, оснащені числовою системою керування, або спеціалізовані верстати, що виконують переміщення деталі чи інструмента за жорсткою траєкторією. Для виконання операцій з переміщення деталей і готових виробів верстати оснащені спеціальними маніпуляторами.

Однією із основних складових систем робота є маніпулятор, який забезпечує утримування об'єкта керування (інструмент, деталь, функціональний пристрій тощо) та переміщення його у просторі до точки позиціонування за заданим законом руху. Тому для виконання поставлених завдань робот своєю системою маніпулювання реалізує переміщення (кінематика робота), забезпечуючи силові характеристики маніпулятора в динаміці (динаміку маніпулятора), які впливають також на точність позиціонування.

Предметом кінематики маніпулятора є аналітичне описання геометрії руху маніпулятора щодо деякої заданої абсолютної системи координат без урахування сил і моментів, що породжують цей рух. Отже, завдання кінематики – аналітичний опис просторового розташування маніпулятора залежно від часу, і, зокрема, установлення зв'язку між значеннями приєднаних координат маніпулятора й положенням і орієнтацією його захоплювача в декартовому просторі.

Механічний маніпулятор можна розглядати як розімкнений ланцюг, що складається із кількох твердих тіл (ланок), послідовно з'єднаних обертальними або поступальними зчленуваннями, які приводять у рух силові приводи. Один кінець цього ланцюга з'єднаний з основою, а інший кінець вільний і сполучений з робочим інструментом, що дає змогу впливати на об'єкти маніпулювання або виконувати різні технологічні, наприклад, збиральні операції. Відносний рух зчленувань передається ланкам, у результаті чого захоплювач маніпулятора займає у просторі задане положення.

Кінематика маніпулятора вивчає геометрію його руху щодо заданої абсолютної системи координат, не розглядаючи сили й моменти, що породжують цей рух. Отже, її предметом є описання просторового положення маніпулятора як функції часу, і, зокрема, співвідношення між простором приєднаних змінних маніпулятора – узагальненими координатами, положенням і орієнтацією захоплювача. Є два основні завдання кінематики маніпулятора.

1. Для конкретного маніпулятора за відомим вектором приєднаних кутів – узагальнених координат $q(t) = (q_1(t), \dots, q_n(t))T$ та заданими геометричними параметрами ланок (n – кількість ступенів свободи) визначити положення й орієнтацію захоплювача маніпулятора щодо абсолютної системи координат.

2. За відомими геометричними параметрами ланок знайти всі можливі вектори приєднаних змінних маніпулятора, що забезпечують задані положення й орієнтацію захоплювача щодо абсолютної системи координат.

Перше із цих завдань прийнято називати *прямим*, а друге – *зворотним завданням кінематики маніпулятора*. Оскільки власними незалежними змінними маніпулятора є приєднані змінні, а завдання, як правило, формулюється у координатах абсолютної системи відліку, зворотнє завдання кінематики виникає частіше, ніж пряме.

Денавит і Хартенберг розробили єдиний загальний підхід до описання просторової геометрії маніпулятора щодо заданої абсолютної системи координат, оснований на застосуванні матричної алгебри. Вони запропонували використовувати для описання взаємного просторового розташування ланок матриці однорідних перетворень із розмірністю 4×4 . Отже, пряме завдання кінематики звелось до визначення матриці однорідного перетворення, що задає зв'язок між системою координат захоплювача й абсолютною системою координат. Матрицями однорідних перетворень зручно користуватися й для виведення рівнянь динаміки руху маніпулятора. Зворотнє завдання кінематики можна вирішити різними методами. До найчастіше використовуваних належать методи матричної алгебри, метод ітерацій і геометричний підхід.

Предметом динаміки маніпулятора як розділу робототехніки є математичне описання сил і моментів, які діють на маніпулятор у формі рівнянь динаміки руху. Такі рівняння необхідні для моделювання руху маніпулятора за допомогою комп'ютера, вибору законів керування й оцінювання якості кінематичної схеми й конструкції маніпулятора. У загальному випадку характер функціонування маніпулятора залежить від ефективності алгоритмів керування й використовуваної динамічної моделі маніпулятора. Завдання керування охоплює завдання формування динамічної моделі реального маніпулятора й завдання вибору законів або стратегій керування, що забезпечують досягнення поставлених цілей.

Динамічну модель маніпулятора можна побудувати, використовуючи відомі закони ньютонівської або лагранжевої механіки. Результатом застосування цих законів є рівняння, що зв'язують сили й моменти, які діють у зчленуваннях з кінематичними характеристиками й параметрами руху ланок. Отже, рівняння динаміки руху реального маніпулятора можна отримати традиційними методами Лагранжа–Ейлера або Ньютона–Ейлера. За допомогою цих двох методів одержано низку різних форм рівнянь руху, еквівалентних у тому розумінні, що вони описують динаміку руху тієї самої фізичної системи.

Щоб одержати ефективніші з обчислювального погляду алгоритми розрахунку узагальнених сил і моментів, деякі дослідники використовували рівняння Ньютона–Ейлера. Виведення рівнянь руху маніпулятора методом Ньютона–Ейлера просте за змістом, але доволі трудомістке. Результатом є система прямих і зворотних рекурентних рівнянь, послідовно застосовуваних до ланок маніпулятора. За допомогою прямих рівнянь послідовно від основи до захоплювача обчислюють кінематичні характеристики руху ланок, такі як лінійні й кутові швидкості та прискорення, лінійні прискорення центрів мас ланок. Зворотні рівняння дають змогу послідовно від захоплювача до основи обчислити сили й моменти, що діють на кожну з ланок. Найважливіший результат такого підходу полягає у тому, що час, необхідний для обчислення узагальнених сил і моментів, прямо пропорційний до кількості зчленувань, але не залежить від конфігурації маніпулятора, що реалізується під час руху. Це дає змогу реалізувати прості закони керування маніпулятором у реальному часі.

Для вивчення і засвоєння дисципліни необхідно оволодіти знаннями щодо основних законів класичної механіки (теоретична механіка, теорія машин і механізмів, механіка матеріалів і конструкцій), методами векторного і матричного числення, основами тригонометрії й аналітичної геометрії, диференціальним та інтегральним численням, що дасть читачеві змогу аналізувати наведені приклади розрахунку динамічних характеристик і точності позиціонування елементів маніпулятора робота.

У навчальному посібнику подано конкретні типові кінематичні схеми маніпуляторів та розрахунок динамічних характеристик ланок і кінематичних пар маніпулятора з урахуванням досліджень і розробок у галузі механіки робототехнічних систем низки навчальних і наукових шкіл України та зарубіжжя [5; 7; 9–24; 28–31].

Навчальний посібник можуть використовувати студенти під час виконання курсових і дипломних робіт з прикладної механіки та галузевого машинобудування, а також конструктори для проєктування маніпуляційних систем роботів.

Автори щиро вдячні доктору технічних наук, професорові, заслуженому діячу науки і техніки України І. В. Кузьо, доктору технічних наук, професорові В. Ю. Кучеруку, доктору технічних наук, професорові А. І. Гордєєву за їхню працю над рецензуванням рукопису та цінні поради щодо покращення викладення матеріалу окремих розділів.

Передмова	7
Основні терміни	10
Вступ. Завдання динаміки маніпуляторів роботів	18
В.1. Загальна характеристика маніпуляторів-роботів.....	18
В.2. Загальні особливості конструкції маніпуляторів-роботів	21
В.3. Промислові роботи агрегатно-модульного типу	27
Розділ 1. Основні поняття і означення робототехнічних систем і комплексів	31
1.1. Особливості означень та понять, що стосуються функціонування робототехнічних систем і комплексів.....	31
1.1.1. Класифікація промислових роботів	31
1.1.2. Класифікація робототехнічних комплексів	32
1.1.3. Основні поняття структури і кінематики маніпуляторів.....	35
1.1.4. Поняття про структуру маніпуляційних систем робота.....	36
1.1.5. Робочі зони та показники якості кінематичних схем промислових роботів.....	40
1.2. Конструктивні особливості роботів-маніпуляторів та визначення параметрів функціонування їх механізмів.....	44
1.2.1. Розроблення кінематичної моделі маніпулятора.....	45
1.2.2. Розрахунок програмованого процесу позиціювання.....	47
Запитання для самоконтролю	50
Розділ 2. Параметри кінематики маніпулятора робота в динаміці	51
2.1. Визначення положення розімкненого ланцюга маніпулятора робота (визначення положення полюса захоплювача)	51
2.1.1. Класифікація переносних ступенів рухомості промислових роботів за системами координат.....	51
2.1.2. Класифікація ступенів рухомості промислових роботів за видом орієнтування	51
2.1.3. Положення захоплювача в абсолютній системі координат. Поняття про пряму й обернену задачі кінематики маніпуляторів роботів.....	53
2.1.4. Однорідні координати в кінематиці маніпуляторів роботів. Матриця переходу 4×4 кінематичних пар п'ятого класу.....	55
2.1.5. Визначення положення полюса захоплювача.....	57
2.2. Визначення швидкостей і пришвидшень ланок маніпулятора	66

2.2.1. Поняття кутової швидкості ланок маніпулятора	66
2.2.2. Поняття кутового пришвидження ланок маніпулятора	67
2.2.3. Розрахунок кутової швидкості ланок маніпулятора.....	67
2.2.4. Лінійні швидкості й пришвидження точок ланок маніпулятора	69
2.2.5. Розрахунок лінійних швидкостей і пришвиджень точок ланок маніпулятора	70
Запитання для самоконтролю	73
Розділ 3. Метод кінетостатики в динаміці	
маніпулятора роботів	74
3.1. Сили інерції й моменти сил інерції ланок маніпулятора робота.....	74
3.1.1. Визначення положення центра мас ланки маніпулятора	74
3.1.2. Визначення моментів інерції ланки маніпулятора	75
3.1.3. Приклад розрахунку моментів інерції ланки маніпулятора	75
3.2. Кінетостатичний метод силового аналізу ланок маніпулятора робота	81
3.2.1. Алгоритм методу кінетостатики для силового аналізу маніпулятора робота.....	81
3.2.2. Приклад застосування методу кінетостатики для силового розрахунку робота	83
3.2.2.1. Силовий розрахунок другої ланки маніпулятора	83
3.2.2.2. Силовий розрахунок першої ланки маніпулятора	87
3.3. Динаміка маніпулятора з урахуванням кулонівського тертя у шарових кінематичних парах маніпуляторів робота	92
3.3.1. Нормальні сили і сили тертя в обертових парах	92
3.3.2. Диференціальні рівняння руху маніпулятора з урахуванням кулонівського тертя.....	94
Запитання для самоконтролю	98
Розділ 4. Динаміка активних просторових механізмів	
з використанням рівнянь Лагранжа II роду	99
4.1. Метод Лагранжа–Ейлера для неконсервативних систем.....	99
4.1.1. Швидкість довільної точки ланки маніпулятора	100
4.2. Кінетична енергія маніпулятора	103
4.3. Потенціальна енергія маніпулятора.....	105
4.3.1. Приклад визначення потенціальної енергії маніпулятора	106
4.4. Узагальнені сили маніпулятора	108
4.4.1. Узагальнені сили маніпулятора з обертовими зчленуваннями	109

4.4.2. Узагальнені сили дволанкового маніпулятора з обертовими з'єднаннями	112
4.5. Виведення рівнянь Лагранжа II роду, визначення реакцій у кінематичних парах, матрична інтерпретація методу	116
4.5.1. Приклад застосування рівняння Лагранжа II роду для визначення узагальненого пришвидження маніпулятора	120
4.5.2. Визначення реакцій у кінематичних парах маніпуляторів (матрична інтерпретація)	122
Запитання для самоконтролю	127
Розділ 5. Принцип Гаусса в динаміці маніпуляторів	128
5.1. Принцип Гаусса і формулювання примушування руху точок ланок маніпулятора	128
5.2. Обчислення функції примушування для руху елементів робота у матричній формі	130
5.3. Мінімізація примушування з урахуванням в'язей у кінематичних парах робота	133
5.4. Узагальнені пришвидження і реакції в кінематичних парах маніпулятора робота	135
5.5. Алгоритм визначення узагальнених пришвиджень і реакцій у кінематичних парах маніпулятора робота	136
Запитання для самоконтролю	139
Розділ 6. Точність позиціювання робота	140
6.1. Пружні статичні деформації й точність позиціювання маніпулятора	140
6.1.1. Геометричні й кінематичні похибки роботів	140
6.1.2. Пружні статичні деформації та похибки роботів	143
6.1.3. Приклад розрахунку статичних деформацій і похибок маніпулятора	147
6.2. Динамічна похибка в парціальній системі руху елементів маніпулятора робота	151
6.2.1. Рівняння парціальних рухів	151
6.2.2. Рівняння динамічних похибок	152
6.2.3. Приклад розрахунку динамічних похибок у парціальній системі	153
Запитання для самоконтролю	156
Розділ 7. Динамічний аналіз маніпуляторів зі сферичними механізмами	157
7.1. Синтез сферичних механізмів ланок маніпулятора	157

7.2. Розв'язання задачі про просторове положення сферичного маніпулятора робота	159
7.3. Визначення швидкостей і особливого положення сферичного маніпулятора з трьома кінематичними парами	163
7.3.1. Розрахунок швидкостей механізму маніпулятора методом диференціювання рівнянь в'язей	164
7.3.2. Розрахунок швидкостей механізму маніпулятора методом гвинтового обчислення	166
7.3.3. Розрахунок задачі про особливе положення механізму маніпулятора методом гвинтового обчислення	171
7.4. Пришвидшення ланок маніпулятора зі сферичним механізмом	175
7.5. Кінематична точність механізму сферичного маніпулятора робота	176
Запитання для самоконтролю	182
Додатки	183
D.1. Основні відомості з векторної алгебри	183
D.2. Елементи теорії матриць	186
D.3. Окремий випадок розширених матриць переходу та їхні властивості	191
D.4. Елементи теорії гвинтового обчислення	192
D.5. Основні поняття про плюккеріві координати	193
D.6. Основні поняття про кватерніон	194
Список рекомендованої літератури	196