

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ  
ІМЕНІ АКАДЕМІКА В. ЛАЗАРЯНА

Д. М. КОЗАЧЕНКО,  
Р. В. ВЕРНИГОРА, В. В. МАЛАШКІН

# Основи дослідження операцій у транспортних системах: прикладі та задачі

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК ДЛЯ ВНЗ

КИЇВ  
2019

УДК 519.8:656.2(075.8)  
ББК 22.18+39.28  
К 59

Рецензенти:

д-р техн. наук, проф. Є. В. Нагорний (ХНАДУ),  
д-р техн. наук, проф. О. В. Лаврухін (УДУЗТ),  
д-р техн. наук, проф. І. В. Жуковицький (ДНУЗТ ім. акад. В. Лазаряна)

Рекомендовано до друку  
вченою радою Дніпропетровського національного університету  
залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна  
як навчальний посібник (*протокол № 5 від 21.12.2015*).  
Зареєстровано НМВ університету (*реєстр № 259/16-3 від 22.04.2016*)

**Козаченко, Д. М.**

К 59 Основи дослідження операцій у транспортних системах: приклади та задачі: навчальний посібник для ВНЗ / Д. М. Козаченко, Р. В. Вернигора, В. В. Малашкін. – К: ПрофКнига, 2019. – 277 с.

ISBN 978-966-97813-3-8

У навчальному посібнику викладено теоретичні відомості щодо побудови математичних моделей та розв'язання найбільш поширених оптимізаційних задач, спрямованих на удосконалення транспортних процесів. Для розв'язання задач використовуються сучасні математичні методи дослідження операцій: лінійне програмування, динамічне програмування, сітьове планування та управління, теорія масового обслуговування, імітаційне моделювання. Викладення матеріалу супроводжується відповідними прикладами.

Посібник призначений для студентів вищих навчальних закладів спеціальності 275 «Транспортні технології» при вивченні дисципліни «Дослідження операцій у транспортних системах».

Іл. 139. Табл. 79. Бібліогр.: 21 назва.

УДК 519.8:656.2(075.8)  
ББК 22.18+39.28

© Козаченко Д. М., Вернигора Р. В.,  
Малашкін В. В., 2015  
© ПрофКнига, 2019

ISBN 978-966-97813-3-8

## ЗМІСТ

|                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ВСТУП.....                                                                                           | 6  |
| ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ.<br>МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПЕРАЦІЇ .....                                  | 9  |
| 1.1. Основні поняття дослідження операцій .....                                                      | 9  |
| 1.2. Математична модель операції .....                                                               | 11 |
| 1.3. Загальна постановка задачі дослідження операцій .....                                           | 14 |
| ЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ.....                                                                           | 18 |
| 2.1. Поняття лінійного програмування .....                                                           | 18 |
| 2.2. Постановка основної задачі лінійного програмування<br>та основні визначення .....               | 19 |
| 2.3. Геометрична інтерпретація ОЗЛП. Порядок розв’язання<br>ОЗЛП графічним методом .....             | 21 |
| СИМПЛЕКС-МЕТОД РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ<br>ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ .....                                    | 33 |
| 3.1. Загальний принцип симплекс-методу .....                                                         | 33 |
| 3.2. Розв’язання ОЗЛП симплекс-методом у табличній формі.....                                        | 36 |
| 3.2.1. Табличний алгоритм симплекс-методу.....                                                       | 36 |
| 3.2.2. Алгоритм заміни змінних у симплекс-таблиці .....                                              | 38 |
| ЛІНІЙНЕ ЦІЛОЧИСЛОВЕ ПРОГРАМУВАННЯ.....                                                               | 45 |
| 4.1. Постановка задачі лінійного цілочислового програмування .....                                   | 45 |
| 4.2. Метод січних площин Гоморі для розв’язання задач<br>лінійного цілочислового програмування ..... | 46 |
| 4.2.1. Загальний принцип методу Гоморі .....                                                         | 46 |
| 4.2.2. Алгоритм побудови додаткових обмежень .....                                                   | 47 |
| ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ.....                                                      | 56 |
| 5.1. Постановка транспортної задачі .....                                                            | 56 |
| 5.2. Розв’язання транспортної задачі табличним способом .....                                        | 58 |
| 5.3. Транспортна задача з проміжними пунктами.....                                                   | 71 |

|                                                                                                                |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.4. Розв’язання транспортної задачі за критерієм часу .....                                                   | 77  |
| 5.5. Транспортна задача на мережі.....                                                                         | 81  |
| РОЗПОДІЛЬНА ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ .....                                                               | 111 |
| 6.1. Постановка розподільної задачі .....                                                                      | 111 |
| 6.2. Порядок розв’язання розподільної задачі .....                                                             | 113 |
| ЗАДАЧА ПРО МАКСИМАЛЬНИЙ ПОТІК<br>НА ТРАНСПОРТНІЙ МЕРЕЖІ .....                                                  | 128 |
| 7.1. Постановка задачі про максимальний потік .....                                                            | 128 |
| 7.2. Розв’язання задачі про максимальний потік у матричній формі.....                                          | 130 |
| 7.3. Розв’язання задачі про максимальний потік на мережі.....                                                  | 135 |
| ЗАДАЧА ПРО ПРИЗНАЧЕННЯ.....                                                                                    | 142 |
| 8.1. Постановка задачі про призначення .....                                                                   | 142 |
| 8.2. Розв’язання задачі про призначення методом Мака .....                                                     | 143 |
| 8.3. Розв’язання задачі про призначення Угорським методом .....                                                | 150 |
| ЗАДАЧА КОМІВОЯЖЕРА .....                                                                                       | 160 |
| 9.1. Постановка задачі комівояжера .....                                                                       | 160 |
| 9.2. Метод «гілок та меж» для задачі комівояжера .....                                                         | 162 |
| ДИНАМІЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ .....                                                                                  | 176 |
| 10.1. Постановка задачі динамічного програмування.....                                                         | 176 |
| 10.2. Розв’язання задачі динамічного програмування .....                                                       | 178 |
| СІТЬОВЕ ПЛАНУВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ.....                                                                          | 192 |
| 11.1. Поняття сітьового планування .....                                                                       | 192 |
| 11.2. Основні визначення.....                                                                                  | 194 |
| 11.3. Порядок побудови сітьового графіка .....                                                                 | 196 |
| 11.4. Розрахунок параметрів сітьового графіку.....                                                             | 197 |
| 11.5. Оптимізація сітьових графіків.....                                                                       | 203 |
| ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМ.....                                                                | 213 |
| 12.1. Імітаційне моделювання як інструмент дослідження<br>складних систем.....                                 | 213 |
| 12.2. Основні принципи моделювання випадкових подій та величин .....                                           | 217 |
| 12.3. Моделювання роботи приймально-відправного парку<br>як одноканальної системи масового обслуговування..... | 227 |
| 12.4. Приклади розв’язання задач імітаційного моделювання<br>при дослідженні транспортних процесів.....        | 240 |
| 12.4.1. Моделювання маси вагонів .....                                                                         | 240 |
| 12.4.2. Моделювання маси контейнерів.....                                                                      | 241 |
| 12.4.3. Моделювання порядку розташування вагонів .....                                                         | 243 |
| 12.4.4. Моделювання штрафу за безквитковий проїзд.....                                                         | 244 |
| 12.4.5. Моделювання роботи контейнерного майданчика.....                                                       | 249 |
| 12.4.6. Моделювання руху поїзда по перегону .....                                                              | 250 |

|                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------|-----|
| 12.4.7. Моделювання закріплення состава на станційних коліях ..... | 252 |
| 12.4.8. Моделювання розформування та накопичення составів .....    | 254 |
| БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК .....                                       | 264 |
| ДОДАТОК А .....                                                    | 266 |

## ВСТУП

*Дослідження операцій – це мистецтво  
давати погані відповіді на ті  
практичні питання, на які інші  
методи дають ще гірші відповіді.  
Т. Сааті*

Транспортна галузь є своєрідною «кровоносною системою» економіки будь-якої держави, забезпечуючи її функціонування та сталий розвиток. Ефективна та надійна робота транспортної системи неможлива без використання сучасних підходів та технологій управління, завдяки яким обираються найбільш раціональні та економічно обґрунтовані рішення на етапах як проектування виробничих потужностей та інфраструктури, так і їх експлуатації. Однак для ефективного управління складними системами, якими, безперечно, є і транспортні системи, сучасному керівнику далеко не завжди буває достатньо власного досвіду, інтуїції та організаторських здібностей. Формуючи як стратегічні, так і оперативні рішення, керівник має враховувати численні, часто взаємно протилежні, вимоги та критерії щодо ефективності шляхів досягнення поставлених цілей, і визначити найбільш ефективний (оптимальний) шлях розв'язання поставленої задачі часто неможливе без застосування наукових підходів та математичних розрахунків. Так, на транспорті розв'язання таких задач, як організація вантажних та пасажирських перевезень, розробка графіків та маршрутів руху транспортних об'єктів, раціональний розподіл наявних транспортних засобів між відправниками вантажів, планування роботи навантажувально-розвантажувальних механізмів на вантажних пунктах, розробка проектів з підвищення пропускної здатності об'єктів транспортної інфраструктури, технічне нормування роботи

транспортних підрозділів тощо неможливе без наукового обґрунтування економічної доцільності прийнятих рішень.

Саме потреби виробництва в найкращому (оптимальному) управлінні складними цілеспрямованими процесами створили передумови для виникнення спеціальних наукових методів, які об'єднали під назвою **дослідження операцій (ДО)**. Методи дослідження операцій покликані забезпечувати кількісне обґрунтування рішень в усіх сферах цілеспрямованої людської діяльності [1].

Дослідження операцій як наука має суто прикладний характер та спрямована насамперед на розв'язання практичних задач. Сьогодні для розв'язання широкого кола прикладних задач у багатьох галузях людської діяльності, у т. ч. у галузі транспорту, у ДО широко використовується сучасний математичний апарат – теорія ймовірностей та математична статистика, теорія масового обслуговування, лінійне та нелінійне програмування, теорія ігор та статистичних рішень, теорія графів, системний аналіз, імітаційне моделювання, сітьове планування та управління тощо.

Слід наголосити, що власне прийняття рішення щодо організації того чи іншого комплексу заходів виходить за межі дослідження операцій та належить до компетенції відповідальних осіб, яким надане право остаточного вибору. При цьому вони можуть враховувати, поряд з рекомендаціями математичних методів, також і інші фактори, що з різних причин не були взяті до уваги в розрахунках. Таким чином, у підсумку остаточне рішення завжди приймається людиною, а завдання дослідження операцій – підготувати кількісні дані та рекомендації, які полегшують обґрунтування прийняття того чи іншого рішення.

Разом з основною – обґрунтування оптимальних рішень – у дослідженні операцій вирішуються й інші важливі прикладні задачі [1]:

- порівняльна оцінка різних варіантів організації операції;
- оцінка впливу на результат операції різних варіантів її організації;
- дослідження функціонування систем у різних експлуатаційних умовах.

Основне призначення цього посібника – допомогти майбутнім фахівцям з транспортних технологій оволодіти основними сучасними математичними методами оптимізації та пошуку раціональних рішень, а також застосовувати здобуті знання на практиці для підви-

щення ефективності функціонування транспортних систем. Безумовно, опис усіх задач, що виникають на транспорті й можуть бути розв'язані методами ДО, неможливий у межах однієї книги. Тому в цьому навчальному посібнику розглянуто лише найбільш поширені задачі, що повсякчас виникають у ході експлуатації транспортних систем, а також основні методи дослідження операцій для розв'язання цих задач. При цьому як транспортні системи автори посібника розглядають такі інфраструктурні об'єкти, як транспортні мережі автомобільних та залізничних шляхів, транспортні вузли, залізничні ділянки, залізничні станції, вантажні пункти, порти, локомотивні депо, пункти організації взаємодії різних видів транспорту тощо.

Слід зазначити, що кожен з наведених у посібнику методів ДО розглянуто на простих та наочних прикладах з числовим розв'язанням відповідної задачі. Для самостійної перевірки рівня засвоєння матеріалу в кінці кожного розділу наведено відповідні запитання та приклади задач.

Навчальний посібник призначений для студентів вищих навчальних закладів спеціальності 275 «Транспортні технології» (спеціалізації «Організація перевезень і управління на залізничному транспорті» та «Організація перевезень і управління на автомобільному транспорті») при вивченні дисципліни «Дослідження операцій у транспортних системах», а також при виконанні дипломних проєктів та магістерських робіт.